ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 539.3:534.1

А.Н. СОЛОВЬЕВ, А.О. ВАТУЛЬЯН, А.С. СПОЖАКИН, С.Н. ШЕВЦОВ

РЕКОНСТРУКЦИЯ ДЕФЕКТОВ В СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТАХ

Предлагаются методы реконструкции двух типов дефектов в слоистых композитах: расслоений (интерфейсные трещины) и разрывов слоев (поперечные трещины). Обратные геометрические задачи реконструкции трещин сводятся к решению последовательности систем граничных интегральных уравнений (ГИУ), полученных на основе принципа взаимности работ при установившихся колебаниях исследуемых образцов. Решение ГИУ проводится на основе сочетания метода конечных элементов (МКЭ), метода граничных элементов (МГЭ) и метода регуляризации А.Н. Тихонова. Дополнительной информацией для решения обратных задач служит поле смещений, измеренное на части внешней границы тела, свободной от механических напряжений. Рассмотрены численные примеры идентификации расслоений и разрывов в рамках плоской задачи теории упругости.
Ключевые слова: *неразрушающий контроль, реконструкция трещин, композиты, граничные интегральные уравнения, метод граничных элементов.*

Введение. Одной из математических моделей деформированного твердого тела с дефектами в виде трещин при пренебрежении взаимодействием внутренних поверхностей является линейно-упругое тело с разрезами. На берегах этих разрезов задаются граничные условия в напряжениях (в частности, условия их отсутствия). В рамках такой линейной модели правомочно ставить задачи об установившихся колебаниях тела. Измерение амплитуд граничных волновых полей позволяет гораздо эффективнее, чем в статике, проводить восстановление напряженно-деформированного состояния (НДС) внутри тела и на его границах (в том числе внутренних), а по структуре этих полей идентифицировать дефекты. Среди задач реконструкции трещин внутри упругого тела наиболее простыми представляются задачи, в которых известно сечение тела (в общем случае криволинейная поверхность), содержащее дефекты. В случае плоского сечения его определение для уравнения Лапласа проводится в [1], для гармонических колебаний изотропного упругого тела в [2]. Методы, разработанные в этих работах, опираются на возможность измерить на всей границе тела, как вектор напряжений, так и вектор смещений. К задачам такого же типа относятся задачи определения интерфейсных трещин на внутренних границах составного упругого тела. Некоторые методы решения таких обратных задач теории упругости представлены в литературе. Так, в работе [3] предлагается метод неклассических ГИУ [4], в [5] применяется итерационный метод, основанный на алгоритме, предложенном в [6]. В работе [1] для уравнения Лапласа разработана полуявная схема реконструкции системы трещин. Одним из существенных требований к постановке этих обратных задач, приближающих их к практическому применению, является условие, при котором возможно измерение граничных сопряженных полей не на всей

внешней границе, а лишь на ее части. В такой постановке в настоящей работе предлагается два подхода к решению проблемы идентификации расслоений и формулировка систем ГИУ либо относительно скачков смещений на трещинах, либо компонент вектора напряжений на внутренней границе, содержащей дефекты. Эти системы являются интегральными уравнениями Фредгольма 1-го рода с гладкими ядрами, поэтому процедура их решения требует регуляризации. В работе решение их строится на основе сочетания идей метода граничных элементов, метода конечных элементов и метода регуляризации А.Н. Тихонова [7]. Полученные результаты опираются на подходы, развитые в работе [8].

Постановка обратной задачи. В декартовой прямоугольной системе координат $Ox_1x_2x_3$ ($\underline{x} = (x_1, x_2, x_3)$) рассматривается конечное составное упругое тело, занимающее область $V = \bigcup_{k=1}^{K} V_k$ (рис.1, слева) и ограниченную поверхностью S. Подобласти V_k представляют собой слои, S_{int} - внутренние интерфейсные поверхности раздела подобластей. На поверхности S задано разбиение $S = S_u \cup S_t \cup S_{fr}$ (части которого, не пересекаются), часть S_u закреплена, на S_t задан вектор напряжений, S_{fr} свободна от напряжений. На поверхности S_{fr} выделяется, часть S_0 свободная от напряжений и доступная для измерения вектора смещений (S_0 S_{fr}). Имеется система непересекающихся трещин $\Gamma = \bigcup_{q=1}^{M} \Gamma_q$, ($\Gamma_q = \Gamma_q^{(+)} \cup \Gamma_q^{(-)}$), которые расположены на внутренних поверхностях S_{int} (расслоения), рис.1. Краевая задача, в которой кроме определения характеристик НДС, требуется определить геометрию системы трещин Γ , формулируется следующим образом. Она состоит из уравнений линейной теории упругости [9] в случае установившихся колебаний:

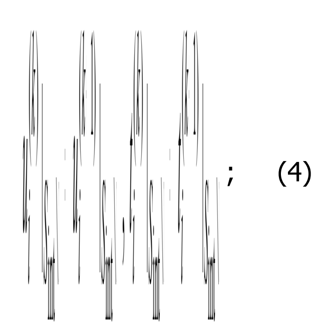
$$\sigma_{ij,j}^{(k)} = -\rho\omega^2 u_i^{(k)}, \quad k = 1,2,...,K \quad \underline{x} \quad V_k , \tag{1}$$

$$\sigma_{ij}^{(k)} = c_{ijml}^{(k)} u_{m,l}^{(k)} ; \tag{2}$$

граничных условий прямой задачи

$$u_i^{(k)}|_{S_u} = 0, \; t_i^{(k)}|_{S_t} = \sigma_{ij}^{(k)} n_j |_{S_t} = p_i , \; t_i^{(k)}|_{S_{fr}} = 0 ; \tag{3}$$

условий непрерывности на $S_{\text{int}} \setminus \Gamma$:

 ; (4)

условий на берегах трещин:

$$t_i^{(k)}\,|_{\Gamma_q^{\pm}} = 0, \quad q = 1,2,...,M \;, \tag{5}$$

и дополнительных условий, отвечающих измерению вектора смещений на S_0:

$$u_i^{(k)}\,|_{S_0} = u_i^0 \;, \tag{6}$$

где $\sigma_{ij}^{(k)}$, $c_{ijml}^{(k)}$ - компоненты тензоров напряжений и упругих постоянных; $u_i^{(k)}$ - компоненты вектора смещений; $\rho^{(k)}$, ω - плотность и круговая частота колебаний; n_j - компоненты единичных векторов внешней нормали к соответствующим поверхностям.

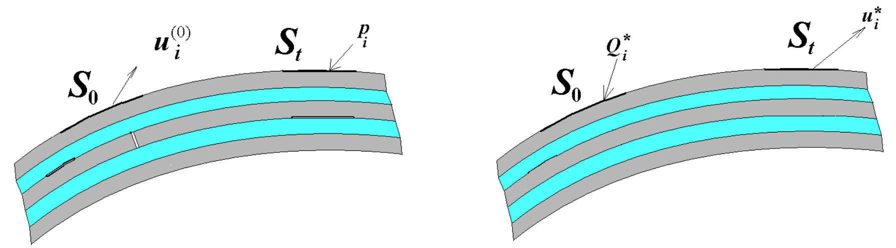


Рис. 1. Образец с дефектами и без дефектов

Замечание 1. На практике обычно задается не распределение вектора перемещений всюду на S_0, а значения перемещений в некотором наборе точек, соответствующих местам установки датчиков, причем аналог (5) имеет вид:

$$u_i^{(k)}(\underline{x}_m) = u_{im}^0 \,, \quad \underline{x}_m \quad S_0 \,. \tag{7}$$

Вспомогательные задачи

Задача I. Рассмотрим краевую задачу I для тела V^1 без дефектов, тогда на внутренней поверхности S_{int} граничные условия будут соответствовать непрерывности векторов смещений и напряжений.

Эта задача состоит из дифференциальных уравнений движения (1),(2) относительно $u_i^{(k)*}$, $\underline{x} \quad V_k$, граничных условий

$$u_i^{(k)*}\,|_{S_u} = 0, \; t_i^{(k)*}\,|_{S_t} = \sigma_{ij}^{(k)*} n_j \,|_{S_t} = 0 \,, \tag{8}$$

$$t_i^{(k)*}\,|_{S_0} = \sigma_{ij}^{(k)*} n_j \,|_{S_0} = Q_i^*(\underline{x},\underline{\xi}), \quad \underline{x},\underline{\xi} \quad S_0 \tag{9}$$

и условий непрерывности на S_{int}:

$$u_i^{(k)*}\,|_{S_{\text{int}}} = u_i^{(k+1)*}\,|_{S_{\text{int}}} \,, \; t_i^{(k)*}\,|_{S_{\text{int}}} = t_i^{(k+1)*}\,|_{S_{\text{int}}} \,. \tag{10}$$

Задача II. Далее рассмотрим краевую задачу II для тела $V^2 = \bigcup_{k=1}^{K_1} V_k$, $K_1 < K$ при действии тех же нагрузок на S_0, причем поверхность $S_{\text{int}}^{K_1}$ для последнего слоя свободна от напряжений (рассмотрим вначале случай, когда внутри тела V^2 дефектов нет).

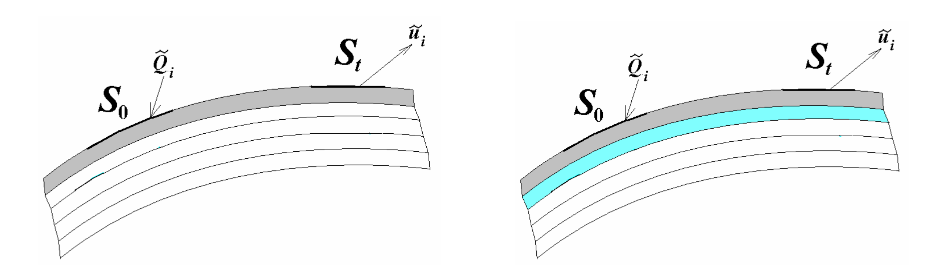


Рис. 2. Последовательность вспомогательных задач
(слева $K_1 = 1$; справа $K_1 = 2$)

Эта задача описывается дифференциальными уравнениями (1),(2) относительно $\tilde{u}_i$, $\underline{x}\ \ V^2$, граничными условиями вида

$$\tilde{u}_i\ |_{S_u} = 0,\ \tilde{t}_i\ |_{S_t} = \tilde{\sigma}_{ij} n_j\ |_{S_t} = 0\ , \qquad (11)$$

$$\tilde{t}_i\ |_{S_0} = \tilde{\sigma}_{ij} n_j\ |_{S_0} = \tilde{Q}_i\ (\underline{x},\underline{\xi}),\ \ \underline{x},\underline{\xi}\ \ \ S_0\ , \qquad (12)$$

а также условиями отсутствия нагрузок на $S_{\text{int}}^{K_1}$

$$\tilde{t}_i\ |_{S_{\text{int}}^{K_1}} = 0\ . \qquad (13)$$

Замечание 2. Зависимость функций $Q_i^*(\underline{x},\underline{\xi})$, $\tilde{Q}_i\ (\underline{x},\underline{\xi})$ и от $\underline{\xi}$ означает, что может быть рассмотрено некоторое однопараметрическое семейство, например

$$Q_i^*(\underline{x},\underline{\xi}) = P_i^* \delta\ (\underline{x} - \underline{\xi}) \quad \tilde{Q}_i\ (\underline{x},\underline{\xi}) = \tilde{P}_i\ \delta\ (\underline{x} - \underline{\xi})\ . \qquad (14)$$

Замечание 3. Методология построения ГИУ с помощью задачи II и не изменится, если тело V^2 будет содержать известные дефекты (возможно, найденные на предыдущем шаге).

Вывод ГИУ с помощью решения задачи I. Рассмотрим случай наличия расслоений и отсутствия разрывов. Предположим, что найдено решение классической задачи I и обозначим

$$u^{(k)*}\ |_{S_t} = \phi^*(\underline{x},\underline{\xi}),\ \ \underline{x}\ \ \ S_t\ ,\ \ \underline{\xi}\ \ \ S_0\ .$$

Введем в рассмотрение оператор

$$G(\underline{u}^0, \underline{p}, \underline{\phi}^*, \underline{Q}^*) = \int_{S_0} u_i^0(\underline{x}) Q_i^*(\underline{x},\underline{\xi}) dS_x - \int_{S_t} \phi_i^*(\underline{x},\underline{\xi}) p_i\ (\underline{x}) dS_x = G_1(\underline{\xi})\ . \qquad (15)$$

Применив к телам V и V^1 теорему взаимности работ [9] и учитывая условия непрерывности (4) на $S_{\text{int}} \setminus \Gamma$ и (10) на S_{int} , получим:

$$\int_{\Gamma} t_i^{(k)*}(\underline{x},\underline{\xi}) \chi_i(\underline{x}) dS_x = G_1(\underline{\xi})\ , \qquad (16)$$

где $\chi_i(\underline{x})$ - скачки компонент вектора перемещений на трещинах, при этом на $S_{\text{int}} \setminus \Gamma$ этот скачки равны нулю. Обозначим:

$$\mathrm{X}_i(\underline{x}) = \begin{cases} \chi_i & при\ \ \underline{x}\Gamma \\ 0 & при\ \ \underline{x}\Gamma\ S \setminus\ . \end{cases}$$

Тогда соотношение (16) представляет собой систему интегральных уравнений (при интегрировании по известной поверхности S_{int}) относительно функций $X_i(\underline{x})$, $\underline{x} \in S_{\text{int}}$:

$$\int_{S_{\text{int}}} t_i^{(k)*}(\underline{x},\underline{\xi}) X_i(\underline{x}) dS_x = G_1(\underline{\xi}), \quad \underline{\xi} \in S_0. \qquad (17)$$

Уравнение (17) при различном выборе частот и фиктивных нагрузок может служить для реконструкции трещин, которые являются носителями для функций $X_i(\underline{x})$.

Вывод ГИУ с помощью решения задачи II. Так же, как и в задаче I, рассмотрим случай наличия расслоений и отсутствия разрывов. Пусть вспомогательная задача II решена, обозначим

$$\tilde{u}^{(k)}|_{S_t} = \tilde{\phi}(\underline{x},\underline{\xi}), \ \underline{x} \in S_t, \ \underline{\xi} \in S_0.$$

Введем в рассмотрение оператор:

$$F(\underline{u}^0, \underline{p}, \underline{\tilde{\phi}}, \underline{\tilde{Q}}) = \int_{S_0} u_i^0(\underline{x}) \tilde{Q}_i(\underline{x},\underline{\xi}) dS_x - \int_{S_t} \tilde{\phi}_i(\underline{x},\underline{\xi}) p_i(\underline{x}) dS_x = F_1(\underline{\xi}). \qquad (18)$$

Рассмотрим тело, занимающее подобласть V^2, и применим к нему теорему взаимности работ [9]. Тогда получим, что

$$\int_{S_{\text{int}}^{K_1} \backslash \Gamma} \tilde{u}_i^{(k)}(\underline{x},\underline{\xi}) t_i^{(K_1)}(\underline{x}) dS_x = F_1(\underline{\xi}). \qquad (19)$$

Учитывая, что сомножители подынтегрального выражения в (19) определены всюду на $S_{\text{int}}^{K_1}$ и в силу (5)

$$t_i^{(K_1)}|_{\Gamma} = 0, \qquad (20)$$

то соотношение (19) может быть представлено как система ГИУ по известной границе $S_{\text{int}}^{K_1}$:

$$\int_{S_{\text{int}}^{K_1}} \tilde{u}_i^{(k)}(\underline{x},\underline{\xi}) t_i^{(K_1)}(\underline{x}) dS_x = F_1(\underline{\xi}), \quad \underline{\xi} \in S_0. \qquad (21)$$

При численной реализации решения системы ГИУ (21) в отличие от системы (17) основой идентификации трещин служат два свойства решения: соотношения (20) и сингулярное поведение компонент вектора напряжений на краях трещин.

Частотное сканирование и регистрация трещин. Если частота колебаний рассматриваемой конструкции не определяется технологическими условиями, то возможно расширение области определения функций, стоящих в левых и правых частях соотношений (17) и (21), на следующую частотную область:

$$\omega \in \Omega = \bigcup_{n=1}^{N} \Omega_n, \qquad \Omega_n = [\omega_n^{(b)}, \omega_n^{(e)}],$$

где набор интервалов Ω_n выбирается из предварительного модального анализа конструкции без дефектов, и включает в себя такие формы колебаний, при которых происходит интенсивное раскрытие трещин (часто это моды растяжения-сжатия или сдвига в окрестности поверхности S_{int}, в то время, как изгибные моды менее чувствительны к наличию трещиноподобных дефектов).

Теперь система ГИУ (17) примет вид:

$$\int_{S_{int}} t_i^{(k)*}(\underline{x},\underline{\xi},\omega)\mathrm{X}_i(\underline{x},\omega)dS_x = G_1(\underline{\xi},\omega), \quad \underline{\xi} \in S_0, \quad \omega \in \Omega, \qquad (22)$$

поскольку носитель функций $\mathrm{X}_i(\underline{x},\omega)$ не зависит от ω, то решение уравнения (22) в наборе частот из Ω значительно повышает точность реконструкции трещин.

Отметим, что функция $G_1(\underline{\xi},\omega)$ равна тождественно нулю, если в теле отсутствуют трещины. Это обстоятельство дает простой способ регистрации наличия трещин в теле, причем и в том случае, когда поверхность S_{int} заранее неизвестна. Для этого достаточно выбрать одну из схем нагружения в задаче I, например (9) при $\underline{\xi} = \underline{\xi}_k$, и построить зависимость:

$$G_2(\omega) = G_1(\underline{\xi}_k,\omega), \quad \omega \in \Omega,$$

по виду которой при знании точности измерений поля смещений u_i^0 из (6) и точности вычисления интегралов (15) можно судить о наличии трещин.

Аналогом системы (21) служит следующая система:

$$\int_{S_{int}^{K_1}} \tilde{u}_i^{(k)}(\underline{x},\underline{\xi},\omega)t_i^{(K_1)}(\underline{x},\omega)dS_x = F_1(\underline{\xi},\omega), \quad \underline{\xi} \in S_0, \quad \omega \in \Omega, \qquad (23)$$

где так же, как и в (22), принцип восстановления геометрии Γ не зависит от частоты ω.

Замечание 4. Отметим, что при выборе функций $\underline{Q}^*$, $\underline{\tilde{Q}}$ в рамках дискретной схемы их носители выбираются в точках измерения смещений x_m, благодаря чему интегралы в операторах (15), (18) вычисляются явно.

Численные примеры реконструкции трещин. В качестве первого примера применения предложенного метода рассмотрим схему [8], приводящую к уравнению (21) в задаче об идентификации двух трещин Γ_1 =KL и Γ_2 =MN, находящихся между слоями полупассивного биморфа, представляющего собой составной прямоугольник AOBCED (A(0;-0,03), O(0;0), B(0;0,03), C(0,1;0,03), E(0,1;0), D(0,1;-0,03), K(0,03;0), L(0,05,0), M(0,065;0), N(0,08;0) - размеры в метрах). Верхний слой OBCE выполнен из меди, нижний AOED - из пьезокерамики PZT-4. Задача решается в условиях плоской деформации, колебания (с частотой $f = \omega/(2\pi) = 20$ кГц) возбуждаются разностью потенциалов $V_0 = 1000$ В, подаваемой на электроды, находящиеся на сторонах OE и AD, сторона AB жестко защемлена, остальные внешние границы свободны от механических напряжений.

При проведении численных экспериментов решение прямой задачи и построение ядра уравнения (21) модальный анализ конструкций, решение задач для тел без дефектов и "измерение" полей смещений производилось с помощью конечно-элементного комплекса ACELAN [10]. Трещины моделировались отверстиями, у которых поперечный размер много меньше их длины (в расчетах их отношение имело порядок 10^{-7}), при этом предполагалось, что берега трещины не взаимодействуют между собой. На краю трещин конечно-элементная сетка сгущалась с помощью

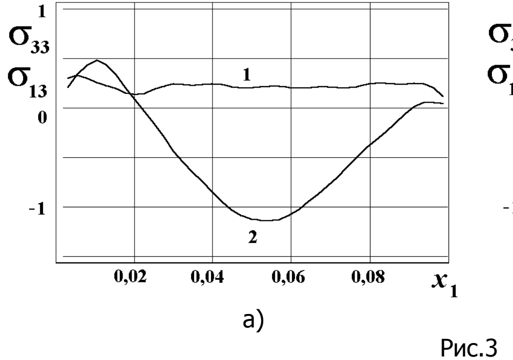
введения дополнительных узлов. В последней версии комплекса ACELAN разработан язык команд [11], позволяющий эффективно решать множественные задачи, такие как численное построение тензора Грина. Считалось, что сторона ВС доступна для измерения вектора смещений и на ней было выбрано 39 внутренних равноотстоящих узлов, смещения которых моделировали процесс измерений. Частота, на которой проводился численный эксперимент, выбрана из соображений интенсивного раскрытия трещин на ней при отличии от собственной частоты краевой задачи II. В табл.1 представлены первые шесть собственных резонансных частот, причем пятая частота для тела без трещины соответствует поперечному растяжению-сжатию в собственной форме колебаний вдоль линии стыковки материалов.

Таблица 1

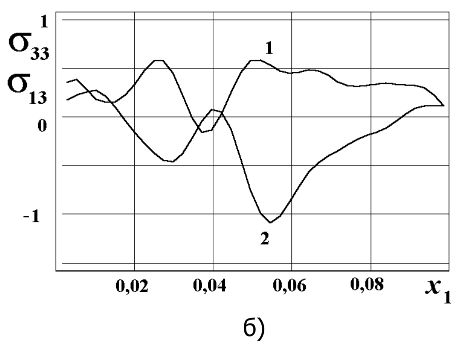
Номер частоты	Без дефектов, кГц	Краевая задача II, кГц
1	2,851	1,721
2	9,194	7,946
3	9,858	9,575
4	19,01	17,51
5	22,32	27,18
6	24,16	27,88

Решение ГИУ (21) проводилось на основе идей метода граничных элементов. При его дискретизации использовалась кусочно-постоянная и непрерывная кусочно-линейная аппроксимация неизвестных. Численные эксперименты показали, что более предпочтительной является первая схема. Решение дискретного аналога уравнения (21) проводилось методом регуляризации А.Н.Тихонова [7], параметр регуляризации в случае $n = 40$ был равен $2 \cdot 10^{-14}$ (n - число точек, в которых проводились "измерения").

На рис.3 изображены напряжения $\sigma_{33}(x_1, 0) \cdot 10^{-6}$ *н/м²* (кривые 1) и $\sigma_{13}(x_1, 0) \cdot 10^{-6}$ *н/м²* (кривые 2), найденные из решения обратной задачи, причем на рис.3,а прямая задача не содержала трещин, а рис.3,б - соответствует одной трещине KL. В численном эксперименте изучали влияние количества n входной информации на точность реконструкции трещин.



а)



б)

Рис.3

На рис.4 изображены напряжения $\sigma_{33}(x_1,0)\ \ 10^{-6}$ *н/м²* (кривые 1, 2) и $\sigma_{13}(x_1,0)\ \ 10^{-6}$ *н/м²* (кривые 3, 4), причем кривые 2 и 4 представляют конечно-элементное решение прямой задачи с двумя трещинами KL и MN, а кривые 1, 3 найдены из решения обратной задачи при $n = 40$. Как видно из рис.3 и 4, концы трещин легко идентифицируются по экстремальным значениям напряжений при решении обратной задачи.

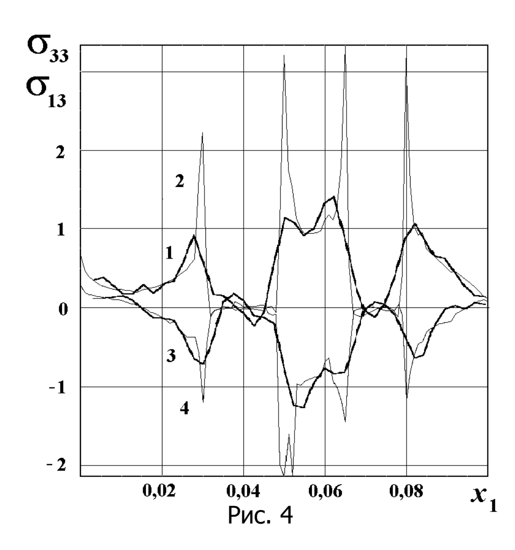


Рис. 4

В табл.2 представлена относительная погрешность (в процентах) нахождения координат концов трещин x_K, x_L, x_M, x_N, когда шаг между точками "измерений" составлял 0,0025 *м* и они располагались в центре стороны ВС.

Таблица 2

Число измерений n	x_K	x_L	x_M	x_N
10	5,0	6,4	3,8	5,5
20	4,2	3,6	2,0	3,3
30	4,2	2,5	1,9	3,1
40	4,2	2,5	1,9	3,1

Во втором примере идентифицируется интерфейсная трещина в свободной биморфной (Fe, Cu) пластине (0.3x0.04 *м*). В табл.3 представлены первые три собственных частоты и формы колебаний. Из этой таблицы следует, что частота в окрестности первой изгибной формы не подходит для эффективной реконструкции, при использовании второй собственной частоты главную роль играет горизонтальное смещение берегов трещины, а на третьей собственной частоте раскрытие трещины происходит по вертикали.

Таблица 3

Собственная частота в кГц	Собственная форма колебаний

1.82	Распределение вертикального смещения	
2.57	Распределение горизонтального смещения	
5.97	Распределение вертикального смещения	

Для реконструкции трещины использовалось уравнение (17) при его дискретизации неизвестных функций - скачков перемещений берегов трещины с помощью 10 кусочно-постоянных элементов. Так, на рис.5 представлены найденные скачки горизонтального смещения (слева) в окрестности второй собственной частоты (16000 рад/с) и вертикального смещения (справа) в окрестности третьей собственной частоты.

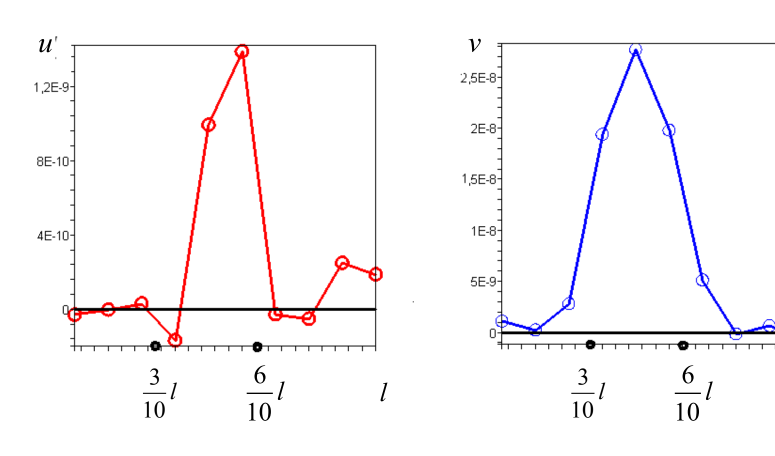


Рис.5

Проведенные численные эксперименты показали, что точность определения координат концов трещин в значительной мере зависит от расположения участка "измерения".

Авторы благодарят сотрудников кафедры математического моделирования ЮФУ - коллег по разработке пакета ACELAN, результаты которых использовались при проведении расчетов.

Библиографический список

1. Bannour T, Ben Abda A., Jaoua M. A semi-explicit algorithm for the reconstruction of 3D planar cracks. // Inverse Problem. 1997. V.13 – P. 899-917.

2. Ватульян А.О. Определение ориентации плоских трещин в упругом теле / А.О. Ватульян, А.Н. Соловьев // Теорет. и прикладная механика. – 2003. – Вып. 37. – С. 141-145.

3. Соловьев А.Н. Идентификация интерфейсной трещины. Современные проблемы МСС: тр. VIII международ. науч. конф. / А.Н. Соловьев. – Ростов н/Д. – 2002. – Т.1. – С 163-169.

4. Ватульян А.О. Об одном классе граничных задач в динамической теории упругости / А.О. Ватульян, И.И. Ворович, А.Н. Соловьев // ПММ. – 2000. – Т. 64, В. 3. – С. 373-380.

5. Weikl W., Andra H., Schnack E. An Alternating iterative algorithm for the reconstruction of internal cracks in a three-dimensional solid body. // Inverse Problem. 2001. V.17. P. 1957-1975.

6. Козлов В.А. Итерационный метод решения задачи Коши для эллиптических уравнений / В.А. Козлов, В.Г. Мазья, А.В. Фомин // ВМ и МФ. – 1991. – Т. 31. – С. 45-52.

7. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука, 1979. – 285 с.

8. Ватульян А.О. Некоторые полуявные алгоритмы реконструкции интерфейсных трещин / А.О. Ватульян, А.Н. Соловьев // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. – 2003. – № 3. – С. 20-24.

9. Новацкий В. Теория упругости / В. Новацкий. – М.: Мир, 1975. – 872 с.

10. Белоконь А.В. Блочные схемы метода конечных элементов для динамических задач акустоэлектроупругости / А.В. Белоконь, В.А. Еремеев, А.В. Наседкин, А.Н. Соловьев // ПММ. – 2000. – Т. 64. – Вып. 3. – С.381-393.

11. Наседкин А.В. Разработка визуализации и управления в конечно-элементном комплексе ACELAN / А.В. Белоконь, А.Л. Петушков, А.Н. Соловьев // Зимняя школа по механике сплошных сред (тринадцатая). Школа молодых ученых по механике сплошных сред: тез. докл. – Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – С. 274.

Материал поступил в редакцию 11.02.09.

A.N. SOLOVIEV, A.S. SPOGAKIN, A.O. VATULYAN, S.N. SHEVTSOV

FLAW'S RECONSTRUCTION IN MULTI-LAYERS COMPOSITES

There are offered methods of faults reconstruction in stratified composites - stratifications (the interface flaws). Inverse geometrical problems of reconstruction of flaws are reduced to a solution of sequence of systems of the BIE obtained on the basis of reciprocity theorem of operations at established

oscillations of expert samples. Solution BIE will be carried out on the basis of a combination of FEM, a method of BEM and a method of a regularization of A.N.Tihonov. As the additional information for a solution of inverse problems the field of displacement measured on a part of exterior boundary of a skew field, free from mechanical stress. Numerical examples of identification of stratifications and ruptures surveyed within the framework of a flat problem of theory of elasticity.

СОЛОВЬЕВ Аркадий Николаевич (р.1954), заведующий кафедрой «Сопротивление материалов» ДГТУ, доктор физико-математических наук (2005), профессор. Окончил Ростовский-на-Дону государственный университет (1976).
Имеет более 200 научных публикаций в области механики деформируемых твердых тел.

ВАТУЛЬЯН Александр Ованесович (р.1953), заведующий кафедрой теории упругости ЮФУ, доктор физико-математических наук (1993). Окончил механико-математический факультет РГУ (1975).
Научные направления: прямые и обратные задачи для моделей электроупругости и термоупругости, механика деформируемого твердого тела.

СПОЖАКИН Александр Сергеевич (р.1987), техник кафедры «Сопротивление материалов» ДГТУ. Окончил ДГТУ (2009).
Научные интересы связаны с механикой деформируемого тела.
Имеет 2 научные публикации.

ШЕВЦОВ Сергей Николаевич (р.1949), заведующий лабораторией «Машиностроение» ЮНЦ РАН, профессор кафедры «Авиастроение» ДГТУ, доктор технических наук (2000). Окончил Ростовский-на-Дону государственный университет (1974).
Область научных интересов: компьютерное моделирование динамических систем; механические колебания; механика гранулярных материалов.
Автор 200 научных работ.

soloviev@math.rsu.ru
vatulyan@math.rsu.ru